

Физические принципы малогабаритных двигателей постоянного тока с полым ротором

Think ESCAP® 1 Physical Properties of Small DC Motors Using an ironless Rotor © Copyright 1991 Portescap © Copyright 2002 перевод на Русский язык под редакцией Павлова С. В.

1. Введение

В современных технических разработках во всех областях отмечается увеличение числа сервосистем, в которых двигатели используются как датчики или как приводы головок.

Для таких приложений двигатели постоянного тока с полым якорем и постоянным магнитом особенно хорошо удовлетворяют поставленным требованиям и имеют уникальные линейные характеристики. Низкая инерция якоря и низкие пусковые напряжения являются дополнительными преимуществами.

Начиная с 1960 года, когда впервые появились двигатели escap®, и по настоящее время у разработчиков возникает множество вопросов по физическим свойствам этих двигателей. Поэтому существует необходимость дать более полное описание этих двигателей. Простые математические соотношения будут сопровождаться практическими вычислениями.

2. Основные используемые величины и их размерности

I	ток якоря	A
I ₀	ток холостого хода	A
I _d	пусковой ток	A
J _M	момент инерции ротора	кг м ²
J _L	инерция нагрузки, приведенная к валу двигателя	кг м ²
k	постоянная двигателя	Нм/А=Вс
k _E	коэффициент противо-ЭДС	Вс
k _T	коэффициент момента	Нм/А
M	момент на валу двигателя	Нм
M _d	пусковой момент	Нм
M _f	момент трения во вращающемся двигателе	Нм
M _L	момент сопротивления нагрузки	Нм
n	скорость (в оборотах в минуту)	об/мин
n ₀	скорость холостого хода	об/мин
P _e	потребляемая электрическая мощность	Вт
P _m	выходная механическая мощность	Вт
Q	Джоулева энергия	кКал
R _M	сопротивление якоря	Ом
R _{M0}	сопротивление якоря при 22°C	Ом
U ₀	напряжение питания	В
U _i	противо-ЭДС	В
a	угловое ускорение	рад/с ²
g	тепловой коэффициент меди	0.004 ⁰ С
DT	нагрев (приращение температуры)	°С
h	КПД	
t	постоянная времени	с
d	угловое перемещение ротора	рад
w	угловая скорость	рад/с
w ₀	угловая скорость холостого хода	рад/с

3. Конструкция двигателей escap®

Микродвигатели постоянного тока с полым ротором состоят из трех основных элементов: магнитной системы, полового ротора и крышки со щетками. Магнитная система состоит из цилиндрического сердечника, соединенного посредством пластины на передней крышке с корпусом, замыкающим магнитную цепь. Корпус, выполненный из бронзы, может быть округлым или ребристым, с отверстиями для винтов, предназначенных для крепления двигателя. Сердечник намагничивается диаметрально после установки в магнитной системе. Вследствие низкой магнитной проницаемости постоянного магнита, магнитное сопротивление достаточно велико, что позволяет пренебречь реакцией якоря.

Полый ротор, выполненный в виде колокола, вращается вокруг магнитного сердечника. В двигателях escap® обмотки ротора выполнены со скосом и закреплены на валу, на котором расположен коллектор.

В зависимости от размера двигателя, количество пластин коллектора составляет от 5 до 12. Малый диаметр коллектора при низкой окружной скорости и низком трении обеспечивает высокий КПД двигателя. Симметричная конструкция кривой намотки обмоток позволяет обеспечить плавное перемещение. Пересечение витков обеспечивает высокую механическую прочность.

На одной из крышек расположена система щеток. Вследствие использования драгоценных металлов для щеток и коллектора обеспечивается низкое контактное сопротивление системы коллектор-щеток, что гарантирует пуск двигателя при очень низких напряжениях.

Для двигателей, работающих непрерывно при высоком номинальном токе, применяются медно-графитные щетки Rotafente™

Основные уравнения:

Электромеханические свойства двигателей с полым ротором могут быть описаны следующими уравнениями:

1. Напряжение питания U_0 равно сумме напряжения U_i , наведенного в роторе и произведения тока на омическое сопротивление R_m обмотки якоря.

$$(1) \quad U_0 = I \times R_m + U_i$$

2. Напряжение, наведенное в роторе пропорционально угловой скорости ротора:

$$(2) \quad U_i = k_e \times$$

Соотношение между угловой скоростью, выраженной в радианах в секунду и скоростью n , выраженной в оборотах в минуту имеет вид:

$$= \frac{2}{60} n$$

Момент на валу ротора пропорционален току ротора:

$$(3) \quad M = k_t \times I$$

Необходимо отметить, что момент на валу ротора M есть сумма момента нагрузки M_L и момента трения в двигателе M_f

$$M = M_L + M_f$$

Подставляя (2) и (3) в (1) получим зависимость момента от угловой скорости для двигателя постоянного тока с полым ротором:

$$(4) \quad U_0 = M \times \frac{R_m}{k_t} + k_e \times$$

Постоянные k_e и k_t зависят от габаритов двигателя, числа витков в обмотке, диаметра ротора и магнитного потока в воздушном зазоре. Для микродвигателя постоянного тока с полым ротором:

$$(5) \quad \frac{M}{I} = \frac{U_i}{k} = k$$

Где $k = k_e = k_t$

Равенство этих коэффициентов вытекает из следующих энергетических соображений:

Потребляемая мощность, передаваемая двигателю

$$P_e = U_0 \times I$$

эквивалентна сумме механической мощности

$$P_m = M \times$$

на валу двигателя и рассеиваемой мощности

$$P_v = I^2 \times R_m$$

$$P_e = U_0 \times I = M \times + I^2 \times R_m = P_m + P_v$$

При умножении выражения (1) на I получаем формулу потребляемой мощности P_e .

$$P_e = U_0 \times I = I^2 \times R_m + U_i \times I$$

Приравнявая два уравнения, получим:

$$M \times = U_i \times I$$

или

$$\frac{U_i}{I} = \frac{M}{I}$$

и $k_e = k_t = k$

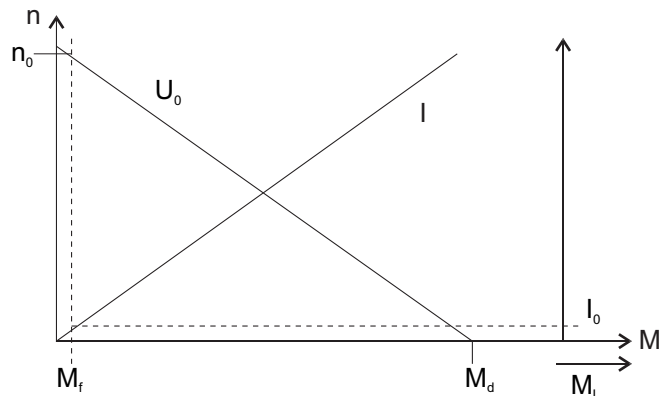
При использовании вышеупомянутых соотношений основные уравнения (1) и (2) можно записать в виде:

$$(6) \quad U_0 = I \times R_m + k \times$$

и

$$(7) \quad U_0 = M \times \frac{R_m}{k} + k \times$$

Графики зависимости момента от скорости имеют вид:



Для преодоления момента трения M_f из-за трения щеток и подшипников двигатель потребляет ток холостого хода I_0

Это дает: $M_f = k \times I_0$

и $U_0 = I_0 \times R_m + k \times$

Где $0 = \frac{2}{60} \times n_0$

0

откуда

$$(8) \quad k = \frac{U_0 - I_0 \times R_m}{0}$$

Поэтому имеется возможность вычисления постоянной двигателя при скорости холостого хода n_0 , тока холостого хода I_0 и сопротивления ротора R_m

Пусковой ток определяется следующим образом:

$$I_d = \frac{U_0}{R_{m0}}$$

Необходимо помнить, что R_m в значительной степени зависит от температуры: сопротивление ротора увеличивается при увеличении температуры, вызванной рассеиваемой мощностью (закон Джоуля):

$$R_m = R_{m0} (1 + \alpha \times T)$$

Где α - температурный коэффициент (для меди 0.004/°C)

Поскольку масса обмоток сравнительно мала, катушки нагреваются очень быстро при протекании тока ротора, особенно в случае повторных пусков (см главу Нагрев стр 12). Момент M_d получим следующим образом:

$$(9) \quad M_d = I_d \times k - M_f = (I_d - I_0)k$$

Совместно с уравнением (1) можем вычислить угловую скорость ω в зависимости от напряжения U_0 и момента нагрузки M_L . Определим ток, требуемый для обеспечения момента $M = M_L + M_f$

$$I = \frac{M_L + M_f}{k}$$

Откуда

$$\frac{M_f}{k} = I_0$$

Или можно записать:

$$(10) \quad I = \frac{M_L}{k} + I_0$$

Практические примеры вычислений

Следует отметить, что расчеты производятся с величинами, приведенными к международной системе единиц СИ.

1. Предположим, что для двигателя escar® 23D21-216E мы желаем вычислить постоянную двигателя k , пусковой ток I_d и пусковой момент M_d при температуре ротора 40°C, напряжении питания 12 В, скорости холостого хода 4900 оборотов в минуту ($\omega_0 = 513$ рад/с), ток холостого хода $I_0 = 12$ мА и сопротивление $R_{m0} = 9.5$ Ом при 22°C.

Подставляя величины ω_0 , I_0 , R_{m0} и U_0 в уравнение (8) получим значение постоянной двигателя k для 23D21-216E:

$$k = \frac{12 - 0.012 \times 9.5}{513} = 0.0232 \text{ Vs}$$

Пред вычислением значения пускового тока I_d , необходимо вычислить сопротивление ротора при температуре 40°C. Для $T = 18$ °C и $R_{m0} = 9.5$ Ом получим

$$R_m = (1 + 0.004 \times 18) \times 9.5 = 9.5 \times 1.07 = 10.2$$

Пусковой ток при температуре ротора 40°C будет равен:

$$I_d = \frac{U_0}{R_m} = \frac{12}{10.2} = 1.18 \text{ A}$$

и пусковой момент, найденный из выражения (9)

$$M_d = k (I_d - I_0) = 0.0232 (1.18 - 0.012) = 0.027 \text{ Nm}$$

2. Затем возникает следующий вопрос:

Какой скорости вращения ω достигнет двигатель при моменте нагрузки 0.008 Нм и напряжении питания 9 В при температуре ротора 40°C?

Для угловой скорости получим соотношения:

$$(11) \quad \omega = \frac{U_0 - I \times R_m}{k} = \frac{U_0}{k} - \frac{R_m}{k^2} (M_L + M_f)$$

в которых должна быть учтена зависимость сопротивления ротора R_m от температуры; величина этого сопротивления должна быть рассчитана при рабочей температуре. С другой стороны имеется возможность из уравнения (6) вычислить ток I и момент нагрузки M_L для данной угловой скорости ω и данного напряжения U_0 :

$$(12) \quad I = \frac{U_0 - k \times \omega}{R_m} = I_d - \frac{k \times \omega}{R_m}$$

и из уравнения (10)

$$M_L = (I_d - I_0)k - \frac{k^2 \times \omega}{R_m}$$

Наиболее часто возникающей является проблема вычисления напряжения питания U_0 , требуемого для получения скорости ω для данного момента нагрузки M_L (угловая скорость $\omega = 2\pi/60$) Подставляя выражение (10) в (6), получим:

$$(13) \quad U_0 = \frac{M_L}{k} + I_0 R_m + k \times \omega$$

Используя (10), вначале вычислим ток, который протекает в двигателе при данных условиях:

$$I = \frac{M_L}{k} + I_0 = \frac{0.008}{0.0232} + 0.012 = 0.357 \text{ A}$$

Выражение (11) позволяет вычислить угловую скорость ω :

$$\omega = \frac{U_0 - I \times R_m}{k} = \frac{9 - 0.357 \times 10.2}{0.0232} = 231 \text{ rad/s}$$

и скорость вращения вала двигателя $n = 60 \times \omega / 2\pi = 2200$ оборотов в минуту

Таким образом, двигатель достигает скорости 2200 оборотов в минуту при токе 357 мА

3. Теперь имеется возможность вычисления момента M при скорости вращения 3000 оборотов в минуту (314 рад/с) и напряжении питания $U_0 = 15$ В. при подстановке этих значений в (12) получим ток:

$$I = \frac{U_0 - k \times \omega}{R_m} = I_d - \frac{k \times \omega}{R_m} = 1.18 - \frac{0.0232}{10.2} \times 314 = 0.466 \text{ A}$$

и момент нагрузки M_L :

$$M_L = k (I - I_0) = 0.0232 (0.466 - 0.012) = 0.0105 \text{ Nm}$$

$(M_L = 10.5 \text{ mNm})$

4. Затем определим напряжение питания U_0 , требуемое для получения скорости 4000 оборотов в минуту (419 рад/с) и моменте нагрузки $M_L = 0.008$ Нм при температуре ротора 40°C ($R_m = 10.2$ Ом). Поскольку мы уже вычисляли ток, необходимый для момента 0.008 Нм, равный 0.357 А

$$U_0 = I \times R_m + k \times \omega = 0.357 \times 10.2 + 0.0232 \times 419 = 13.4 \text{ V}$$

Выходная механическая мощность

Механическая мощность P_m , развиваемая двигателем, равна произведению момента M_L (момента нагрузки) и угловой скорости ($= n \times 2 / 60$):

$$(14) \quad P_m = M_L \times$$

Сначала вычислим для момента нагрузки M_L . Используя выражение (6), получим:

$$R_M \times I_d = I \times R_M + k \times$$

Или

$$(15) \quad = \frac{R_M}{k} (I_d - I)$$

Поскольку можем записать:

$$I_d = \frac{M_d + M_f}{k}$$

и

$$I = \frac{M_L + M_f}{k}$$

получим уравнение:

$$I_d - I = \frac{1}{k} (M_d - M_L)$$

Подставляя это уравнение в (15) получим для угловой скорости :

$$= \frac{R_M}{k^2} (M_d - M_L)$$

Заменяя в выражении (14) этими выражениями, получим значение мощности P_m в функции M_L :

$$P_m = M_L (M_d - M_L) \frac{R_M}{k^2} = (M_L \times M_d - M_L^2) \frac{R_M}{k^2}$$

Значение максимальной мощности имеем при

$$\frac{dP_m}{dM_L} = 0$$

Или

$$(M_d - 2M_L) \frac{R_M}{k^2} = 0$$

Откуда:

$$M_L = \frac{M_d}{2}$$

Или

$$I = \frac{I_d + I_0}{2}$$

Другими словами, механическая мощность достигает максимума в том случае, когда момент нагрузки равен половине пускового момента. Максимальное значение P_m :

$$(P_m)_{\max} = \frac{R_M}{k^2} \times \frac{M_d^2}{4}$$

При замене $M_d = (I_d - I_0)k$, получим:

$$(16) \quad (P_m)_{\max} = \frac{R_M}{4} (I_d - I_0)^2$$

Электрическая мощность, потребляемая двигателем во время пуска:

$$(P_e)_d = U_0 \times I_d = R_M \times I_d^2$$

Таким образом:

$$(17) \quad (P_m)_{\max} < \frac{1}{4} (P_e)_d = \frac{U_0^2}{4 R_M}$$

Из вышеприведенных отношений можно сделать вывод, что механическая мощность P_m , развиваемая двигателем, составляет максимум 25% мощности, потребляемой двигателем во время пуска.

Это означает, что двигатель питается постоянным напряжением и полным стартовым током для обеспечения максимального ускорения. Уравнение (17) не может быть применено при использовании источника с ШИМ.

КПД

КПД двигателя определяется отношением механической мощности P_m к потребляемой мощности P_e :

$$\eta = \frac{P_m}{P_e}$$

Используя выражения для моментов M_d и M_L , полученные выше

$$M_d = k (I_d - I_0) \quad \text{и} \quad M_L = k (I - I_0)$$

т.е.

$$M_d - M_L = k (I_d - I)$$

получим выражение для механической мощности на валу:

$$P_m = M_L (M_d - M_L) \frac{R_M}{k} = (I - I_0) (I_d - I) R_M$$

Электрическая мощность, потребляемая двигателем, равна:

$$P_e = U_0 \times I = I_d \times I \times R_M$$

Таким образом, получим выражение для :

$$(18) \quad \eta = \frac{P_m}{P_e} = \frac{(I - I_0)(I_d - I)}{I \times I_d} = 1 - \frac{I_0}{I} \quad 1 - \frac{I}{I_d}$$

$$(19) \quad \eta = 1 + \frac{I_0}{I_d} - \frac{I_0}{I} - \frac{I}{I_d}$$

Для нахождения максимума η найдем производную $d\eta/dI = 0$:

$$\frac{I_0}{I^2} - \frac{1}{I_d} = 0$$

или

$$I^2 = I_d \times I_0$$

и

$$I = \sqrt{I_d \times I_0}$$

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{I_0}{\sqrt{I_d \times I_0}} \quad 1 - \frac{\sqrt{I_d \times I_0}}{I_d} = 1 - \sqrt{\frac{I_0}{I_d}}$$

Максимальное значение η_{\max} может быть получено и в зависимости от момента. Для этого воспользуемся выражениями:

$$I_0 = \frac{M_f}{k} \quad I_d = \frac{M_d + M_f}{k}$$

Откуда
$$\sqrt{\frac{I_0}{I_d}} = \sqrt{\frac{M_f}{M_d + M_f}}$$

и
$$(20) \quad \eta_{\max} = 1 - \sqrt{\frac{M_f}{M_d + M_f}}$$

Максимальное значение КПД обеспечивается при моменте $M = \sqrt{(M_d + M_f)M_f}$ и моменте нагрузки

$$M_L = \sqrt{(M_d + M_f)M_f} - M_f \quad \sqrt{(M_d \times M_f)}$$

где M_f - момент трения во вращающемся двигателе

Полученные выше соотношения показывают, что максимальный КПД есть функция отношения пускового тока к току холостого хода или отношения пускового момента к моменту трения. Пусть, например, ток холостого хода составляет 1% от пускового:

$$I_0 = \frac{I_d}{100}$$

Тогда максимальное значение КПД:

$$\eta_{\max} = 1 - \sqrt{\frac{1}{100}} = (0.9)^2 = 0.81 \quad \text{или } 81\%$$

Это соответствует току двигателя

$$I = \sqrt{\frac{1}{100}} \quad I_d = \frac{I_d}{10}$$

то есть ток двигателя составляет 10% от пускового.

Рассчитаем значение КПД при максимуме механической мощности, т.е. при условии $I = (I_d + I_0)/2$

Используя выражение (16), получим:

$$P_{M \max} = \frac{R_M (I_d - I_0)^2}{4 (I_d + I_0)} = \frac{1}{2} \frac{(I_d - I_0)^2}{I_d (I_d + I_0)} = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{I_0}{I_d}}{1 + \frac{I_0}{I_d}} < \frac{1}{2}$$

Таким образом, для двигателя, питающегося постоянным напряжением, величина КПД при $P_{M \max}$ составляет 50%. При использовании ШИМ-источника тока реально получить значение КПД до 80%.